

Около мер некомпактности, уплотняющих операторов и Б.Н.Садовского

Недавно в нашем совете по защитах диссертаций С.В.Корневым (учеником В.В.Обуховского) защищалась докторская, оппонентом по которой выступал А.М.Красносельский, сын Марка Александровича. После защиты Саша спросил меня, как получилось, что из группы функционального анализа выпуска 1972 года половина (5 человек) стали докторами наук. Я ответил ему, что группа была сформирована по приглашению Марка Александровича после прочитанного им для нас во втором семестре нашего первого курса функционального анализа. Приглашение было передано нам Б.Н.Садовским, который и стал куратором этой группы, и это, несомненно, была наша



большая удача. Костяк группы составляли выпускники математических классов 58 школы (сейчас гимназия им. Басова), прошедшие выучку у Д.Б.Сморгонского. От университета этот выпуск курировал Б.С.Митягин, с которым, как мне рассказывал сам Борис Николаевич, он написал свою первую научную работу.

Борис Николаевич сразу привлек несколько человек из нашей группы к научной работе под его руководством. Для нас был устроен специальный семинар, в котором принимал участие и В.М.Герштейн, известный нам по семинарским занятиям в 58 школе. Мы пытались построить метрику, в которой оператор, любые последовательные приближения которого сходятся к единственной неподвижной точке, будет сжимающим. Кроме этого, Борис Николаевич читал нам три принципа анализа и интеграл Бохнера по Н.Данфорду, Дж.Шварцу. При этом он требовал, чтобы мы знали не только формулировки теорем, но и их номера в книге. Мы занимались тогда еще одной работой: составляли картотеку статей по теории неподвижных точек операторов. В те времена интернета и электронных баз данных не было и мы просматривали выпуски РЖМат (реферативный журнал «Математика»), издававшегося в СССР. В этих поисках я натолкнулся на статью Г.Дарбо 1956 года, где была доказана теорема о неподвижной точке оператора, уплотняющего с константой $q < 1$ относительно меры некомпактности Куратовского (терминологию см. в [1]). Борис Николаевич не знал об этой работе, а им к тому времени была уже опубликована ставшая классической статья, где была введена абстрактная мера некомпактности и доказана теорема о неподвижной точке уплотняющего оператора (см. [2]). Мы тогда, конечно же, не понимали, насколько важным было обобщение, независимо сделанное Борисом Николаевичем. Впоследствии, рассматривая полулинейные дифференциальные уравнения и включения в бесконечномерных пространствах, мне пришлось самому строить меры некомпактности и доказывать, что операторы будут уплотняющими в смысле Садовского. По-немногу Борис Николаевич ставил нам индивидуальные задачи. При этом его указания в

это время и в дальнейшем не ограничивали наш выбор и оставляли широкие возможности по методам решения. Так получилось, что я должен был посмотреть статью А.В.Кибенко, М.А.Красносельского, Я.Д.Мамедова о теореме Пеано в бесконечномерных пространствах и решить, нельзя ли применить меры некомпактности в более общих по сравнению с рассмотренным, случаях. Работы А.Н.Годунова тогда еще не появились, и вопрос о наличии бесконечномерных пространств, в которых будет справедлива теорема Пеано без дополнительных предположений, оставался открытым. Борисом Николаевичем в это время была придумана конструкция (я читал ее в карандашном наброске, а в дальнейшем она была использована им в теории линейных уплотняющих операторов), которая позволяла построить расширение пространства и продолжение правой части уравнения так, что получившаяся задача Коши в расширенном пространстве уже обязательно имела решение. Поэтому, для того чтобы доказать существование решения у первоначальной задачи, достаточно было показать, что траектории расширенной задачи не выходят из подпространства компактных последовательностей. Именно для такого контроля за траекториями Борисом Николаевичем и была использована мера некомпактности Хаусдорфа (см. [1]), которая может трактоваться как расстояние от множества до компакта. Теорему Пеано при дополнительных предположениях типа дифференциальных неравенств на правую часть с мерой некомпактности Хаусдорфа я тогда доказал (см. [4]) и несколько раз рассказывал доказательство Борису Николаевичу, а он терпеливо его выслушивал. Борис Николаевич никогда не подписывался под работами учеников. У меня совместными с ним работами являются только монографии и обзоры ВИНТИ.

В дальнейшем интересы учеников (Р.Р.Ахмеров, М.И.Каменский, А.Е.Родкина) сосредоточились на придуманном Борисом Николаевичем приложении мер некомпактности и уплотняющих операторов в теории уравнений с отклоняющимся аргументом нейтрального типа (см [1], [3]). Указания Бориса Николаевича были немногословны. Мне запомнилось следующее: «Миша, ты доказал уже достаточное для диссертации количество теорем существования периодических решений, теперь хорошо бы было исследовать их устойчивость». Исследование устойчивости с помощью мер некомпактности действительно получилось.

В это время школа Бориса Николаевича жила как единая семья. Мы часто собирались с женами и мужьями учеников у него дома на праздники, и Маргарита Алексеевна всегда потчевала нас разными кулинарными изысками.

В начале 80-х годов прошлого века Борис Николаевич собирался со всей школой переехать в создаваемый Волгоградский университет, и мы парами ездили туда на две-три недели (сам Борис Николаевич бывал там и дольше) читать стандартные курсы математического факультета. Думаю, из этого опыта и родилась идея линейного плана, когда курсы читаются друг за другом, осуществленная Борисом Николаевичем на математическом факультете ВГУ в 1987-1990 гг. я как раз вернулся из трехлетней командировки в Алжир и принял активное участие в воплощении линейного плана в жизнь. С Волгоградом дело к этому времени заглохло, правда, Борис Николаевич после их первого выпуска был награжден специальной медалью Волгоградского университета.

После защиты своей докторской Борис Николаевич увлекся теорией сильно нелинейных электрических цепей. Об этом его увлечении, я думаю, лучше напишут В.М.Герштейн, Л.П.Петрова и И.Н.Прядко.

Последний раз, когда мы разговаривали с Борисом Николаевичем о мерах некомпактности и уплотняющих операторах, произошел на представлении моей докторской на расширенном семинаре нашего факультета. Моя диссертация была посвящена приложениям в принципе усреднения теории вращения уплотняющих векторных полей, построенной Борисом Николаевичем. После доклада он подошел ко мне и сказал: «А ведь хорошо получилось!» Вернувшись с защиты диссертации в Екатеринбурге, мы с моей женой, Гуровой Ириной, зашли на уже другую квартиру Бориса Николаевича. Он был дома один и сам жарил нам на закуску яичницу.

У Бориса Николаевича была одна черта, о которой я бы хотел написать в заключение. Он всегда помнил, из какой школы он происходит. Последний его проект – это семинар для студентов, где известные ученики (прямые и внучатые) М.А.Красносельского, иногда по скайпу, рассказывали о близких им книгах Марка Александровича. Мне приятно, что и в этом проекте я принял участие, представлял две книги так, как мне рассказывал о них сам Марк Александрович.

Надеюсь, что эту черту Бориса Николаевича мы, его ученики, в той или иной мере унаследовали.

Литература

1. Ахмеров Р.Р., Каменский М.И., Потапов А.С., Садовский Б.Н. Меры некомпактности и уплотняющие операторы. – Новосибирск: Наука, 1986.
2. Садовский Б.Н. Об одном принципе неподвижной точки. Функциональный анализ и его приложения, 1, 1967, №2. – С. 74 – 76.
3. Садовский Б.Н. Приложение топологических методов в теории периодических решений нелинейных дифференциально-операторных уравнений нейтрального типа. Доклады АН СССР, 200, 1971 – С. 1037 – 1040.
4. Каменский М.И. К теореме Пеано в бесконечномерных пространствах. Мат. заметки, 11, 1972. – С. 569 – 576.

Михаил Игоревич Каменский