В 1965 году на кафедре функционального анализа и интегральных уравнений появился новый аспирант - Борис Николаевич Садовский. Научным руководителем нового аспиранта стал профессор Марк Александрович Красносельский. Но, и не знаю каким образом, оказалось, что и я являлся также его научным руководителем.

На нашей кафедре кипела бурная жизнь. Систематически обсуждались старые и новые математические результаты, докладывались новые результаты, полученные сотрудниками кафедры. С момента своего появления на кафедре Борис Николаевич принимал активное участие в работе семинара кафедры. Основные научные интересы на кафедре были связаны с нелинейным функциональным анализом и его приложениями, в первую очередь, к дифференциальным уравнениям.

Нас в то время активно интересовали вопросы о разрешимости и единственности решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Классическими здесь являются теорема Пеано о разрешимости задачи Коши для систем дифференциальных уравнений с непрерывной правой частью и теоремы единственности таких решений, выраженные в терминах дву- и односторонних оценок на разности правых частей в различных точках пространства. Было также известно, что при переходе к дифференциальным уравнениям в банаховых пространствах теорема Пеано “пропадает”, однако при выполнении некоторых классических условий единственности решения задачи Коши решение, существование которого не предполагается, оказывается существующим. Это наблюдение казалось странным и требовало объяснения.

Именно этой задачей и занялся Б.Н. Садовский. Насколько я знаю, ни М.А. Красносельский, ни я не обсуждали с Б.Н. Садовским подходы к решению этой проблемы. Иными словами, те блестящие результаты, которые были получены Б.Н. Садовским в этом направлении, принадлежат только ему. Он ограничился изучением уравнений с равномерно непрерывными правыми частями. И выяснил куда “девается” решение при переходе от конечных систем уравнений к уравнениям в банаховых пространствах. Оказалось, что равномерная непрерывность правой части дифференциального уравнения в банаховом пространстве X позволяет “перенести” это уравнение в пространство $m(X)$ ограниченных последовательностей элементов из X; само X при этом удобно рассматривать как подпространство $m(X)$. В этом, существенно более широком пространстве задача Коши для нового уравнения оказывается всегда разрешимым. Но это решение может “убегать” из подпространства X. И, чтобы решение задачи в $m(X)$ оставалось в X, нужно “ограничить” ему свободу и “запретить” покидать X. Это свойство близко свойству единственности решения и рассматриваемые ранее условия единственности и осуществляют такой “запрет”. Однако предложенный Б.Н. Садовским подход позволил ему обнаружить и существенно новые результаты.

Естественно, эти результаты произвели самые хорошие впечатления; их описание и составило кандидатскую диссертацию Бориса Николаевича, которую он с полным успехом блестяще защитил.

Почти сразу Б.Н. Садовский получил еще один яркий результат. Как показал М.А. Красносельский классические принципы Банаха-Каччиополи и Шаудера о существовании неподвижной точки оператора A, оставляющего инвариантным шар могут быть объединены некоторым “грубым” образом. В условиях Банаха-Каччиополи основным является предположение о том, что оператор A, является сжимающим (удовлетворяет условию Липшица с постоянной меньшей единицы), в условиях Шаудера предполагается, что оператор A является вполне непрерывным. Оказалось, что принцип неподвижной точки сохраняет свою силу, если оператор Aявляется суммой оператора сжатия и вполне непрерывного оператора. Борис Николаевич предложил новый вариант принципа неподвижной точки для оператора, оставляющего инвариантным шар – он показал, что достаточно предполагать, что оператор A является непрерывным и уплотняющим относительно некоторой меры некомпактности; последнее условие означает, что при применении оператора A к некомпактным множествам мера некомпактности этих множеств уменьшается. Как выяснилось чуть позднее, значительно более слабое утверждение такого типа было получено итальянским математиком Дж. Дарбо, однако область применения принципа Б.Н. Садовского оказалась значительно более широкой. Более того, Борис Николаевич сформулировал и исследовал общее понятие меры некомпактности – рассматриваемая ранее мера некомпактности Куратовского оказалась лишь одним частным случаем.

Хотя формально результаты Б.Н. Садовского о разрешимости дифференциальных уравнений и о новом принципе неподвижной точки казались никак не связанными друг с другом, на деле оказалось совсем не так. Как отмечено выше, результаты о разрешимости задачи Коши для дифференциальных уравнений оказались связанными с оценками на приращение правых частей этих уравнений в двух точках пространства. Оказалось, что в этих теоремах оценки приращения правых частей могут быть заменены оценками между мерами некомпактности множеств, и рассматриваемые ранее оценки приращений также оказываются весьма частными случаями соответствующих оценок мер некомпактности.

Результат Б.Н. Садовского привел к совершенно новой задаче – построить для векторных полей с уплотняющими операторами теорию вращения, которая позволяет не только устанавливать существование неподвижных точек, но и оценивать их число, исследовать их устойчивость при возмущениях, обосновывать применение приближенных методов и др. Первые результаты в этом направлении были получены Г.М. Вайникко и Б.Н. Садовским, И.А. Бахтиным, Ю.Г. Борисовичем, Ю.И. Сапроновым и др. Однако и на этот раз Б.Н. Садовский всех нас удивил – неожиданно он принес практически завершенную теорию вращения для уравнений с уплотняющими операторами и не только. Его построения позволяли построить теорию вращения и для полей с предельно компактными операторами (это операторы, в области которых существует компактное "ядро", притягивающее остальные точки при применении оператора).

Теория Б.Н. Садовского вращения векторных полей с уплотняющими и предельно компактными операторами послужила отправным пунктом для интенсивных исследований не только воронежских математиков, но и математиков Италии, Германии, США, Румынии, Чехословакии и других стран. Можно уверенно сказать, что эта теория стала одним из значительных вкладов в мировую математику. Нужно еще отметить, что теория Б.Н. Садовского имеет фундаментальные приложения к теории функционально-дифференциальных уравнений нейтрального типа, теории интегральных уравнений и, через них, в теории краевых задач для уравнений математической физики.

Борис Николаевич был добрым и отзывчивым человеком. Мы неоднократно встречались и семьями, устраивали совместные обеды. Как-то раз несколько математиков с семьями собрались на даче Бориса Николаевича поесть пельменей, которые хорошо умела готовить Рита, жена Бориса Николаевича. Когда сели за стол, то все обратили внимание, что я вроде, как и ни ем их, на тарелке у меня было один или два пельменя. Борис Николаевич и Рита вроде даже на меня обиделись. Но потом мы решили взвеситься (а до обеда мы тоже взвешивались). И тут обнаружилось, что я стал чемпионом в поедании пельменей – "поправился" больше всех (кажется на два с половиной килограмма). Так что пельмени я ел, но как-то незаметно для окружающих.

К сожалению, получилось так, что М.А. Красносельский и я уехали из Воронежа в начале семидесятых, а Борис Николаевич остался в Воронеже. Но наше общение не прерывалось, и Марку Александровичу и мне приходилось часто бывать в Воронеже, и мы обсуждали с Борисом Николаевичем не только математические вопросы, но и философские, исторические и просто вопросы о жизни. Продолжалось и наше математическое сотрудничество, нам не раз приходилось участвовать в защитах учеников Бориса Николаевича, Борис Николаевич писал отзывы на моих учеников.

Борис Николаевич был не только серьезным ученым мирового уровня, но и блестящим педагогом. Его лекции были на самом высоком уровне. Он сумел воспитать таких математиков как Р.Р. Ахмеров, В.А. Бондаренко, М.И. Каменский, А.Е. Родкина; всего им подготовлено более 20 кандидатов наук и несколько докторов.

Петр Петрович Забрейко