

МАРК АЛЕКСАНДРОВИЧ КРАСНОСЕЛЬСКИЙ

(к шестидесятилетию со дня рождения)

27 апреля 1980 г. исполнилось 60 лет Марку Александровичу Красносельскому.

М. А. Красносельский в 1942 г. окончил Объединенный украинский университет в г. Кзыл-Орда, четыре года служил в Советской Армии, в 1947—1952 гг. он научный сотрудник Института математики АН УССР в Киеве, затем 15 лет — профессор и заведующий кафедрой в Воронежском университете и с 1968 г. — научный сотрудник и заведующий лабораторией Института проблем управления (автоматики и телемеханики) в Москве.

Первые результаты М. А. Красносельский получил в студенческие годы. После демобилизации (лето 1946 г.) он попадает в Киеве в обстановку бурной научной жизни: слушает лекции и участвует в семинарах выдающихся математиков, физиков (среди них Н. Н. Боголюбов, Б. В. Гнеденко, А. Ю. Ишлинский, Н. В. Ефимов, А. Н. Колмогоров, М. Г. Крейн, А. Г. Курош, М. А. Лаврентьев, В. Е. Лешкарев, С. И. Пеккар и др.). В 1948 г. М. А. Красносельский защищает кандидатскую диссертацию по теории расширения эрмитовых операторов, а в 1950 г. — докторскую по топологическим методам нелинейного анализа.

Круг научных интересов М. А. Красносельского непрерывно расширяется и охватывает многие главы математики, теории управления, механики и др. В ряде направлений он получает первоклассные результаты, которые широко используются. Он читает разнообразные специальные курсы, руководит семинарами, выступает с интересными докладами на съездах и конференциях.

С первых дней научной работы проявились любовь и умение Марка Александровича привлекать молодежь к своим научным интересам. Более ста его прямых учеников и научных внуков с учеными степенями успешно работают в различных городах и республиках Советского Союза; полученный за годы контактов и совместной работы с М. А. Красносельским запас научного энтузиазма и научного оптимизма вдохновляет их многие годы.



Марк Александрович написал (сам и совместно с учениками и коллегами) более 250 научных статей. Девять его оригинальных монографий изданы в СССР и в переводах за рубежом.

Ниже кратко описываются некоторые направления его исследований.

Спектральная теория операторов. М. А. Красносельский построил общую теорию расширений эрмитовых операторов с неплотной областью определения. Им доказаны теоремы об инвариантности дефектных чисел неэрмитовых операторов; установлена неожиданная связь проблемы инвариантности с теорией категорий Люстерника — Шнирельмана; предложены (совместно с М. Г. Крейном) новые признаки инвариантности неёрова индекса.

Марку Александровичу принадлежат первые работы о функциональных свойствах дробных степеней самосопряженных операторов; установленные теоремы затем были распространены (совместно с П. Е. Соболевым) на несамосопряженные операторы в негильбертовых пространствах. Метод дробных степеней в настоящее время широко применяется при изучении различных краевых задач.

В большом цикле работ М. А. Красносельского (частично совместно с П. П. Забрейко, Е. А. Лифшицом, Ю. В. Покорным, А. В. Соболевым, В. Я. Стеценко и др.) в новых направлениях развивается теория М. Г. Крейна конусов и положительных операторов. Здесь выделены новые классы операторов с ведущими простыми собственными значениями, оценены спектральные зазоры, решен ряд геометрических задач и т. д. Выделенные классы охватывают, как оказалось впоследствии, операторы многих задач математической физики (типа задач о размножении нейтронов).

Метод дробных степеней операторов и теорема М. А. Красносельского об интерполяции свойства полной непрерывности послужили одним из отправных пунктов для ряда работ по теории интерполяции.

Интегральные операторы. На протяжении многих лет М. А. Красносельский (частью совместно с Я. Б. Рутцким, П. П. Забрейко и др.) изучал свойства интегральных операторов. Он предложил различные признаки непрерывности и полной непрерывности, дифференцируемости на всем пространстве и в отдельных точках, вогнутости и выпуклости и т. д. интегральных операторов и операторов суперпозиции, обнаружил (совместно с А. В. Покровским) неожиданные свойства разрывных интегральных операторов. Система доказанных теорем составляет стройную теорию, которая нашла разнообразные приложения при исследовании различных интегральных уравнений.

Марк Александрович обнаружил, что удобным аппаратом для исследования интегральных уравнений с сильными (типа экспоненциальных) нелинейностями являются пространства Орлича. В связи с этим теория пространств Орлича была подвергнута коренной перестройке, были выделены и изучены специальные классы выпуклых функций, обнаружены специальные свойства операторов в этих пространствах.

Общий нелинейный анализ. До работ М. А. Красносельского топологические методы нелинейного анализа были направлены в основном на доказательство теорем существования. В работах М. А. Красносельского топологические методы становятся универсальным методом получения ответов на самые различные вопросы: об оценках числа решений, о структуре множества решений и условиях связности этого множества, о сходимости приближенных методов типа галеркинских, о ветвлении и бифуркации решений нелинейных задач и т. д. Результаты Марка Александровича в этой области широко известны и широко применяются.

М. А. Красносельский (частью совместно с П. П. Забрейко, И. А. Бахтиным, В. В. Стрыгиным, Э. М. Мухамадиевым, Е. А. Лифшицом и др.) пред-

лагает новые общие принципы разрешимости нелинейных уравнений: принцип односторонних оценок, принцип растяжений и сжатий конусов, принцип капли, первые теоремы о неподвижных точках монотонных операторов, объединение принципа Шаудера с принципом сжатых отображений (послужившее одним из источников бурно развивающейся в настоящее время теории уплотняющих операторов), принцип частичного обращения и др. Отправляясь от известной работы П. С.³ Урысона по интегральным уравнениям, М. А. Красносельский с учениками развивает богатую многочисленными тонкими фактами теорию уравнений с вогнутыми операторами; эта теория нашла приложения при исследовании различных краевых задач, в теории колебаний, в исследовании устойчивости, в моделях рынка, при анализе процессов в атомных реакторах и т. д.

Много усилий приложил Марк Александрович к разработке методов эффективного вычисления различных топологических характеристик отображений в бесконечномерных пространствах. Он (частью совместно с П. П. Забрейко, Е. А. Лифшицом, В. В. Стрыгиним, Н. А. Бобылевым и др.) предлагает новые теоремы о периодических отображениях и о специальных покрытиях сфер, алгоритм вычисления индекса особой точки в вырожденных случаях, принципы родственности и инвариантности вращения (связывающие характеристики различных уравнений, порожденных одной и той же задачей) и т. п. Возможность фактического вычисления топологических характеристик превращает общие методы нелинейного анализа в эффективное оружие анализа различных конкретных задач.

Специальные методы развивает он для анализа уравнений с монотонными нелинейностями.

Вариационные методы. М. А. Красносельский поставил и для ряда ситуаций решил проблему устойчивости решений вариационных задач по отношению к широким классам возмущений функционалов. Для этого им была введена, изучена и в ряде случаев вычислена новая характеристика множеств — их род в смысле Красносельского. Развитый аппарат применяется многими авторами.

В последние годы М. А. Красносельский (совместно с Н. А. Бобылевым, А. М. Дементьевой, В. М. Красносельским и Э. М. Мухамадиевым) предложил общий метод исследования вырожденных экстремалей. В применении, например, к анализу вырожденной экстремали классической задачи Эйлера метод требует отыскания первого отличного от нуля числа в некоторой заданной явными формулами последовательности чисел. Метод нашел различные приложения. Ему принадлежит серия теорем о применимости вариационных схем в общем нелинейном анализе.

Теория ветвления и бифуркации решений. Широкую известность и большие приложения (в гидродинамике, при изучении форм потери устойчивости упругих систем, в проблемах автоколебаний и др.) нашли качественные методы М. А. Красносельского для исследования критических и бифуркационных значений параметров, использующие весьма ограниченную информацию об изучаемом уравнении. Например, для анализа бифуркационных значений параметров во многих случаях достаточно знать лишь свойства линеаризованных в нуле или на бесконечности уравнений. Качественные методы позволяют обнаруживать семейства нетривиальных решений, изучать спектр нелинейных задач и т. д.

Для анализа ветвления решений общих нелинейных операторных уравнений М. А. Красносельский совместно с П. П. Забрейко развил метод простых решений, предложил асимптотические их представления, обнаружил неожиданные связи между методами Ляпунова, Шмидта, Некрасова.

Отдельно отметим предложенный Марком Александровичем метод функционализации параметра, позволяющий освободиться от параметров

в нелинейных задачах. Этот метод нашел приложения в различных задачах. В частности, он позволил получить далеко идущие обобщения известной теоремы Хопфа о рождении автоколебательных режимов из состояния равновесия.

Нелинейные колебания, теория устойчивости, краевые задачи. М. А. Красносельскому принадлежат различные признаки единственности, нелокальной продолжимости, устойчивости, корректности, диссипативности, разрешимости и т. д. задачи Коши и разнообразных краевых задач. Им (совместно с С. Г. Крейном и П. Е. Соболевским) получены первые общие теоремы о разрешимости нелинейных дифференциальных уравнений с неограниченными операторами в функциональных пространствах. Марк Александрович предложил и развил (частью совместно с А. И. Перовым и В. В. Стрыгиным) метод направляющих потенциалов для исследования периодических колебаний и ограниченных режимов в различных нелинейных системах.

Принципиально новые методы развил М. А. Красносельский совместно с В. Ш. Бурдом и Ю. С. Колесовым для анализа нелинейных почти периодических колебаний с приложениями к теории маятников, задачам авторегулирования и др. Он (совместно с С. Г. Крейном) предложил новый подход к обоснованию основных теорем метода Боголюбова — Крылова усреднения; указал (совместно с В. Ш. Бурдом, П. П. Забрейко, Ю. С. Колесовым) новые применения принципа усреднения к теории бифуркаций и другим задачам. Им совместно с А. В. Покровским предложен подход к исследованию абсолютной устойчивости; этот подход требует лишь анализа единственности решений некоторых явно выписываемых уравнений; он позволил изучить абсолютную устойчивость ряда систем с многими нелинейными звеньями.

Приближенные методы. В ряде работ М. А. Красносельского (частью совместно с Я. Б. Рутцким, В. А. Чечиком и др.) изучается общая теория приближенных методов, даются обоснования применимости методов Галеркина, Галеркина — Петрова, Рунге к нелинейным задачам, предлагаются схемы получения апостериорных оценок погрешностей приближенных решений и т. д. Марк Александрович с учениками разработал новые методы получения оценок (важных для анализа быстроты сходимости итерационных процедур) спектральных радиусов линейных операторов, предложил новые варианты метода Зейделя — Некрасова и др. М. А. Красносельский совместно с С. Г. Крейном разработал широко применяющийся метод минимальных невязок решения линейных задач; совместно с И. В. Емелиным и Н. П. Панских разработал спурт-метод, основанный на идеях управления системами переменной структуры; совместно с И. В. Емелиным изучил метод останова итерационных процедур, который регуляризует широкий класс некорректных задач; совместно с А. В. Покровским разработал и изучил метод челночных итераций, приспособленный для приближенного решения различных краевых задач и исследования колебаний в системах переменной структуры (когда соответствующие операторы разрывны).

Системы управления с разрывными элементами. М. А. Красносельский совместно с А. В. Покровским развил новые подходы к исследованию динамики систем управления с нелинейными звеньями, характеристики которых разрывны. Серия доказанных тонких теорем позволяет устанавливать у уравнений с разрывными операторами наличие корректных по отношению к различным возмущениям решений, оценивать их число, находить их с высокой точностью, учитывать влияние неизбежных малых шумов в системах и т. д. Развитый метод применим к исследованию систем переменной структуры, к анализу проблем типа задачи М. А. Лаврентьева об отрывных течениях и др.

Математические модели гистерезиса. Несколько лет тому назад М. А. Красносельский предложил обширную программу исследования систем с гистерезисом и привлек к ее выполнению большую группу учеников (А. В. Покровский, В.С. Козякин, П.П. Забрейко, А.Ф.Клепцын, Е. А. Лифшиц, Н. И. Грачев и др.); основные результаты получены совместно с А. В. Покровским. Эта программа основана на введении специальных математических операций, отвечающих различным феноменологическим моделям гистерезиса в теории пластичности, магнетизме и др. Для ряда моделей соответствующие операции изучены; предложены удобные их спектральные представления (восходящие к модели Ишлинского пластических тел и модели Прейсаха в проблемах магнитной записи); доказаны первые идентификационные теоремы; изучены некоторые краевые задачи для уравнений с гистерезисом и др. Реализация предложенной программы потребовала решения ряда необычных задач: были выделены и изучены виброустойчивые уравнения; была изучена возможность выделения отвечающих индивидуальным винеровским процессам индивидуальных траекторий у стохастических дифференциальных уравнений; была исследована роль для стохастических уравнений условий Фробениуса полной интегрируемости и т. д.

М. А. Красносельский находится в расцвете творческих сил и полон творческих планов. Он всегда окружен молодежью, аспирантами, сотрудниками; сохраняет активные связи с абсолютным большинством своих учеников, работающих в Москве, Воронеже, Душанбе, Ярославле, Тарту, Ленинграде, Баку, Куйбышеве и других городах. Многие десятки ученых находят в нем внимательного, взыскательного и благожелательного слушателя и советчика.

Мы желаем Марку Александровичу дальнейших успехов в реализации всех его планов.

*Н. Н. Боголюбов, А. Ю. Ишлинский, Л. В. Канторович,
Б. Н. Садовский, С. Л. Соколов, В. А. Трапезников, Н. А. Бобылёв*

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ М. А. КРАСНОСЕЛЬСКОГО ¹⁾

163. Интегральные уравнения (справочная математическая библиотека).— М.: Наука, 1968 (совм. с С. Г. Михлиным и др.).
164. Приближенные решения операторных уравнений.— М.: Наука, 1969 (совм. с Г. М. Вайникко и др.).
165. Нелинейные почти периодические колебания. — М.: Наука, 1970 (совм. с В. Ш. Бурдом и Ю. С. Колесовым).
166. Функциональный анализ (справочная математическая библиотека, второе переработанное и дополненное издание).— М.: Наука, 1972 (совм. с С. Г. Крейном и др.).
167. Геометрические методы нелинейного анализа.— М.: Наука, 1975; (совм. с П. П. Забрейко).
168. Правильные решения уравнений с разрывными нелинейностями.— ДАН, 1976, 226:3 (совм. с А. В. Покровским).
169. Моделирование преобразователей с гистерезисом континуальными системами реле.— ДАН, 1976, 227:3 (совм. с А. В. Покровским).
170. Операторы гистерезисных нелинейностей.— В кн.: Теория операторов в функциональных пространствах.— Новосибирск: Наука, 1976 (совместно с А. В. Покровским).

¹⁾ Начало списка опубликовано в «Математика в СССР за сорок лет, 1917—1957», Т. 2.— М.: Физматгиз, 1959, с. 345—347, 811; и «Математика в СССР, 1958—1967», Т. 2.— М.: Наука, 1970, с. 675—678.

171. Принцип отсутствия ограниченных решений в проблеме абсолютной устойчивости.— ДАН, 1977, 233:3 (совместно с А. В. Покровским).
172. Уравнения с гистерезисными нелинейностями.— В кн.: Труды 7-й Междунар. конфер. по нелинейным колебаниям.— Berlin: Akademie — Verlag, 1977.
173. Об одной теореме Л. А. Люстерника.— В кн. «Оптимальное управление», вып. 7, 1977.
174. Обобщенные системы Ляпунова.— ДАН, 1978, 239:5 (совм. с Н. А. Бобылёвым).
175. Естественные решения стохастических дифференциальных уравнений.— ДАН, 1978, 240:2 (совм. с А. В. Покровским).
176. Об одной схеме исследования вырожденных экстремалей.— ДАН, 1978, 240:3 (совм. с Н. А. Бобылёвым и Э. М. Мухамадиевым).
177. О топологическом индексе экстремалей функционалов вариационного исчисления.— ДАН Тадж. ССР, 1978, 21:8 (совм. с Н. А. Бобылёвым и Э. М. Мухамадиевым).
178. Об абсолютной устойчивости систем с дискретным временем.— Автоматика и телемеханика, 1978, № 2 (совм. с А. В. Покровским).
179. О сходимости метода однопараметрического агрегирования.— Автоматика и телемеханика, 1978, № 9 (совм. с А. Ю. Островским и А. В. Соболевым).
180. Правило останова в итерационных процедурах решения некорректных задач.— Автоматика и телемеханика, 1978, № 12 (совм. с И. В. Емелиным).
181. Исследование вырожденных экстремалей.— УМН, 1978, 33:3 (совм. с Н. А. Бобылёвым и Э. М. Мухамадиевым).
182. Правильные решения эллиптических уравнений с разрывными нелинейностями.— В кн.: Труды конференции памяти И. Г. Петровского.— М.: Изд-во МГУ, 1978 (совм. с А. В. Покровским).
183. Identification of some nonlinear transformers. North-Holland Publishing Company, 1979 (совм. с А. В. Покровским).
184. К теории некорректных задач.— ДАН, 1979, 244:4 (совм. с И. В. Емелиным).
185. Уравнения с разрывными нелинейностями.— ДАН, 1979, 248:5 (совм. с А. В. Покровским).
186. О нескольких задачах, связанных с методом минимальных невязок.— ЖВМиМФ, 1979, 19:2 (совм. с В. С. Козякиным).
187. К вопросу о влиянии малых запаздываний на динамику нелинейных систем.— Автоматика и телемеханика, 1979, № 1 (совм. с В. С. Козякиным).
188. Абсолютная устойчивость линейных систем.— Автоматика и телемеханика, 1979, № 6 (совм. с М. В. Мееровым).
189. О точках непрерывности монотонных операторов.— Commentationes Mathematicae, 1979, 2 (совм. с А. В. Покровским).
190. Условия положительности импульсно-частотных характеристик.— Автоматика и телемеханика, 1980, № 2 (совм. с А. В. Покровским и В. В. Привальским).
191. Метод функционализации параметра в задачах о точках бифуркации.— ДАН, 1980, 254:5 (совм. с В. С. Козякиным).
192. Бифуркационные значения параметров вариационных задач.— ДАН, 1980, 255:2 (совм. с Э. М. Мухамадиевым и А. В. Покровским).
193. Об исследовании на экстремум функций многих переменных.— В сб. Приближенные методы исследования дифференциальных уравнений и их приложения.— Куйбышев: изд-во Куйбышевского государственного университета, 1980 (совм. с А. М. Дементевой и В. М. Красносельским).